

بهینه‌سازی هزینه ارتباطات آگاه از افزایش اولیه در محاسبات کوانتومی توزیع شده

مرضیه صمدپور^{۱*}، محبوبه هوشمند^۱، سید عابد حسینی^۲
 آگروه مهندسی کامپیوتر، واحد مشهد، دانشگاه آزاد اسلامی، مشهد، ایران.
 آگروه مهندسی برق، واحد مشهد، دانشگاه آزاد اسلامی، مشهد، ایران.

چکیده

به دلیل پیچیدگی‌های ساخت کامپیوترهای کوانتومی، برای داشتن یک کامپیوتر کوانتومی بزرگ، یک راه حل مناسب، ساختن شبکه ای از کامپیوترهای کوانتومی با اندازه محدود است که از طریق یک کانال کوانتومی یا کلاسیک به هم پیوند شده اند و می‌توانند رفتار کل سیستم کوانتومی را اجرا کنند. به عبارتی مدل مدار محاسبات کوانتومی می‌تواند به صورت محاسبات کوانتومی توزیع شده گسترش یابد که در آن هر زیرسیستم داده-های خود را به صورت تقاضا از طریق کانال ارتباطی به قسمت‌های دیگر ارسال می‌کند. یک مکانیسم قابل اعتماد برای چنین ارتباطی با استفاده از مفهوم مخابره از راه دور کوانتومی بین گره‌های یک سیستم کوانتومی توزیع شده است. به حداقل رساندن تعداد مخابرات از راه دور کوانتومی بین گره‌های یک کامپیوتر کوانتومی توزیع شده به عنوان معیاری برای سنجش بهره‌وری آن در نظر گرفته شده است. در کار مشابه قبلی، یک روش برای بهینه‌سازی تعداد مخابرات کوانتومی بین دو بخش یک سیستم کوانتومی توزیع شده ارائه شده است و با استفاده از یک الگوریتم پیشنهادی، هزینه ارتباطات (تعداد مخابره از راه دورهای کوانتومی) را در بین دو بخش این مدار کوانتومی توزیع شده بهینه می‌کند. مشخص است که با تغییر افزایش اولیه، می‌توان به جواب‌های دیگری رسید. در این مقاله، مدار کوانتومی به یک گراف وزن‌دار نگاشت می‌شود و به سه روش افزایش بندی گراف، یعنی FM، KL و مبتنی بر الگوریتم‌های ژنتیک، به دو بخش افزایش می‌شود. روی هر افزایش بندی، ادامه الگوریتم روش قبلی برای بهینه‌سازی هزینه ارتباطات اجرا شده و در نهایت خروجی با کمینه تعداد هزینه ارتباطات گزارش می‌شود. نتایج اجرا بر روی مدارهای محک نشان می‌دهد روش پیشنهادی نسبت به روش قبلی هزینه ارتباطات را به طور متوسط ۱۲/۵۱٪ کاهش می‌دهد.

کلمات کلیدی: محاسبات کوانتومی توزیع شده، بهینه‌سازی، هزینه ارتباطات، افزایش بندی گراف.

تاریخچه مقاله:

تاریخ ارسال: ۱۴۰۰/۱۲/۲۵

تاریخ اصلاحات: ۱۴۰۱/۰۱/۱۷

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۴/۱۷

تاریخ انتشار: ۱۴۰۱/۰۵/۱۱

Keywords:

Distributed quantum computing, Optimization, Communication cost, Graph partitioning

*ایمیل نویسنده مسئول:

Initial Partitioning-Aware Optimization of Communication Cost in the Distributed Quantum Computing

Marzieh Samadpour^{*1}, Mahboobeh Houshmand¹, Seyyed Abed Hosseini²

¹Department of Computer Engineering, Mashhad Branch, Islamic Azad University, Mashhad, Iran.

²Department of Electrical Engineering, Mashhad Branch, Islamic Azad University, Mashhad, Iran

Abstract

Due to the complexities of making quantum computers, to have a large quantum computer, a viable solution is to build a network of quantum computers of finite size that are interconnected through a quantum or classical channel and can handle the whole behavior of the quantum system. In other words, the quantum computing circuit model can be extended to distributed quantum computing, where each subsystem transmits its data to other parts on demand via a communication channel. A reliable mechanism for such communication is distributed using the concept of quantum telecommunication between nodes of a quantum system. Minimizing the number of quantum telecommunications between nodes of a distributed quantum computer is considered as a measure of its productivity. In a previous work, a method for optimizing the number of quantum telecommunications between two parts of a distributed quantum system is presented. It starts with a quantum circuit that is initially divided into two parts. Then, using a proposed algorithm, it optimizes the communication cost (number of quantum telecommunications) between the two parts of this distributed quantum circuit. Obviously, changing the initial configuration can lead to other solutions. In this paper, the quantum circuit is mapped to a weighted graph and is divided into three partitions by three graph partitioning methods, namely KL, FM and genetic algorithms. On each partition, a continuation algorithm of the previous method to optimize the communication cost is implemented and finally the output with the minimum number of communication costs is reported. The results of the test on the test circuits show that the proposed method reduces the communication cost by 12.51% on average.

Keywords: Distributed quantum computing, Optimization, Communication cost, Graph partitioning.

۱- مقدمه

بیش از ۲۰ سال از مطرح شدن موضوع محاسبات کوانتومی توزیعی می‌گذرد. اولین پیشنهادها توسط Grover [۱]، Cleve و Buhrman [۲] و بعدها توسط Cirac و همکارانش در [۳] مطرح گردید. Grover یک سیستم کوانتومی توزیعی را ارائه داد که در آن بعضی از ذرات در مکانهای دور بوده و هر کدام محاسباتش را انجام داده و سپس در مواقع لزوم اطلاعات لازم را به یک ایستگاه پایه ارسال می‌کند. او نشان داد که با روش توزیعی زمان کلی محاسبات متناسب با تعداد ذرات توزیعی سریعتر است. Beals و همکارانش یک کامپیوتر توزیعی را در نظر گرفتند که گره‌های آن مطابق با گراف هایپر مکعب به هم متصل بوده و یک سری کیوبیت‌های دور برد را برای شبیه‌سازی رفتار مدار کوانتومی استفاده کردند. در رابطه با هزینه‌ی دورجایی Streltsov و همکارانش [۴] موضوع ارزانه‌ترین راه برای توزیع درهم‌تنیدگی را مطرح کرده و حداقل هزینه کوانتومی برای ارسال یک حالت ترکیبی درهم‌تنیده را فراهم کردند. آنها نشان دادند که با در نظر گرفتن عمومی‌ترین پروتکل توزیعی، اندازه‌ی درهم‌تنیدگی ارسالی در کل فرآیند ارتباط توزیعی نمی‌تواند بیشتر از کل هزینه‌ی درهم‌تنیدگی برای ارسال ذره‌ی کمی و برگشت آن ذره باشد.

Feng و Ying در [۵] تعاریفی را از یک سیستم محاسبات کوانتومی توزیعی ارائه داده و یک زبان جبری برای توصیف مدارهای کوانتومی در راستای محاسبات کوانتومی توزیعی ایجاد کرده‌اند.

در مهمترین کار مشابه انجام شده Van Meter و همکارانش [۶] یک مدار کوانتومی توزیعی ثابت را برای یک جمع‌کننده‌ی VBE با رقم نقلی موجی ارائه داده‌اند. ایشان هیچ روش الگوریتمی برای نحوه‌ی توزیع محاسبات بیان نکرده و هزینه‌ی دورجایی را بر اساس تعداد دورجایی‌هایی که بدون بهینه‌سازی اتفاق می‌افتد محاسبه می‌کنند. همچنین در [۷] نیز نویسندگان مدل ارتباطی بر اساس دورجایی را برای پیاده‌سازی یک نسخه‌ی توزیعی از الگوریتم Shor بکار برده‌اند. اما مانند کار انجام شده در [۶] روش آنها برای نسبت دهی کیوبیت‌های منطقی به گره‌های توزیعی یک روش فاقد عمومیت می‌باشد. در [۸ و ۹] مسیری به سمت کامپیوترهای کوانتومی مقیاس‌پذیر با استفاده از معماری‌های چندکامپیوتری با حافظه توزیع‌پذیر ارائه شده است. زمان اجرای این مقاله در [۱۲] با استفاده از الگوریتم ژنتیک بهبود یافته است.

آندرس مارتینس و همکاران مسئله کاهش افزایش بندی مدارهای کوانتومی به افزایش بندی گرافی را در [۱۳] مطرح کرده‌اند. نویسندگان یک مدار کوانتومی را به یک آبرگراف نگاشت کردند و سپس از روش‌های موجود افزایش بندی گراف برای افزایش مدار کوانتومی

استفاده کردند. البته این نویسندگان هیچ بهینه‌سازی را در خصوص جایجایی گیت‌ها و همچنین جستجوی افزایش بندی‌های مختلف برای پیاده‌سازی گیت‌های سراسری انجام نداده و در نتیجه قادر به تولید جواب‌های بهینه نیستند.

در [۱۴] یک روش خودکار مبتنی بر پنجره ارائه شده است. در آن مطالعه، مفاهیم مخابره از راه دور گیت و کیوبیت با یکدیگر ترکیب شده‌اند تا هزینه ارتباطات را کمینه کنند.

در [۱۵] یک روش برای توزیع مدارات کوانتومی با استفاده از افزایش گراف ارائه شده است. در این روش، ابتدا مدار کوانتومی به یک گراف دوبخشی تبدیل می‌شود و سپس یک روش برنامه‌ریزی پویا، گراف دو بخشی را به تعداد دلخواه تقسیم می‌کند. هر چند در این روش، بهینه‌سازی‌های در سطح دو دیده نشده است و همچنین قید متوازن بودن افزایشها در نظر گرفته نشده است.

در [۱۶] هزینه ارتباطات برای مدارهای کوانتومی توزیع شده چند افزایشی کاهش یافته است. در این مقاله، بهینه‌سازی تنها در سطح یک دیده شده است و از الگوریتم KL بدین منظور استفاده شده است.

در ادامه‌ی این مقاله، در بخش دوم مفاهیم اولیه مورد بررسی قرار می‌گیرد. در بخش سوم روش پیشنهادی و در بخش چهارم نتایج آمده است. در نهایت در بخش پنجم نتیجه‌گیری و پیشنهادهایی برای کارهای آینده بیان شده است.

۲- مفاهیم اولیه

۱-۲- اصول محاسبات کوانتومی

در این بخش، اصول محاسبات کوانتومی و تعریف‌های ریاضی مربوطه مورد بررسی قرار می‌گیرند.

۱-۱-۲- کیوبیت‌ها

حالات کوانتومی را می‌توان بر حسب بردارها و یا با نمایش معروفتر دیراک^۱ یا براکت^۲ نمایش داد. کت‌ها مانند $|x\rangle$ نمایشگر بردارهای ستونی هستند و عموماً برای توصیف حالات کوانتومی به کار می‌روند. حالت برا $|x\rangle$ ، نمایشگر ترانهاده مزدوج^۳ $|x\rangle$ است. حالات پایه $|0\rangle$ و

^۱Dirac

^۲Bra/Ket

^۳Transpose conjugate

وظیفه تقسیم گره‌های گراف به گروه‌هایی با نام افزاها در روشی که هر افزا دارای تعداد یکسان گره می‌باشد و اندازه برش کاهش می‌یابد (یعنی تعداد لبه‌هایی که گره‌ها را در بخش‌های مختلف وصل می‌کنند) برعهده افزابندی گراف است. افزابندی‌ها در این مقاله براساس الگوریتم FM، KL، و الگوریتم‌های ژنتیک است.

۵-۱-۲- مخابره از راه دور کوانتومی

در محاسبات اطلاعات کوانتومی استفاده می‌شود؛ اما تعداد مخابره از راه دور کوانتومی چالش مهم و پرهزینه‌ای در سیستم‌های توزیع شده است زیرا هنگامی که یک کیوبیت به زیرسیستم مقصد منتقل می‌شود، دیگر کوانتومی توزیع شده، ارتباط بین گره‌های سیستم کوانتومی توزیعی که صورت جداگانه از یکدیگر قرار دارند، با استفاده از مکانیسم مخابره از راه دور کوانتومی^۹ صورت می‌گیرد. این مکانیسم یک پروتکل اولیه برای چنین ارتباطی است که با استفاده از کیوبیت‌های درهم برای توزیع نمی‌تواند در زیرسیستم مبدأ استفاده شود. بنابراین کمینه کردن تعداد مخابره از راه دور در یک سیستم کوانتومی توزیع شده یک چالش مهم است.

در مخابره از راه دور کوانتومی، دو طرف که به آن‌ها آلیس و باب گفته می‌شود، یک جفت کیوبیت درهم‌تنیده، به‌عنوان مثال $|\beta_{00}\rangle$ را به اشتراک می‌گذارند. آلیس سعی می‌کند یک کیوبیت ناشناخته، $|\psi\rangle$ ، را به باب بفرستد. وضعیت کلی سیستم $|\Phi\rangle$ به شرح زیر است:

$$|\beta_{00}\rangle = (\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle) \otimes \left(\frac{|00\rangle + |11\rangle}{\sqrt{2}}\right) = |\phi\rangle$$

$$= |\psi\rangle \otimes 1/\sqrt{2}(\alpha(|000\rangle + |001\rangle) + \beta(|000\rangle + |111\rangle)) \quad (1)$$

دو کیوبیت اول متعلق به آلیس و باب سومین کیوبیت را دارد. آلیس یک گیت CNOT را به دو کیوبیت اول اعمال می‌کند و سپس یک گیت هادامارد را به اولین کیوبیت اعمال می‌کند که نتیجه آن:

$$1/2[a(|000\rangle + |001\rangle + |100\rangle|111\rangle) + b(|010\rangle + |001\rangle - |110\rangle)]$$

$$= 1/2[|00\rangle(a|0\rangle + b|1\rangle) + |01\rangle(a|1\rangle + b|0\rangle) + |10\rangle(a|0\rangle - b|1\rangle) + |11\rangle(a|1\rangle - b|0\rangle)] \quad (1)$$

سرانجام، آلیس هر دو کیوبیت را که متعلق به اوست، اندازه‌گیری می‌کند. نتیجه اندازه‌گیری، یکی از چهار حالت $|00\rangle$ ، $|01\rangle$ ، $|10\rangle$ یا

1 را می‌توان به ترتیب به صورت $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ بیان کرد. هر ترکیبی از $|0\rangle$ و $|1\rangle$ ، مانند $\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ ، را می‌توان به صورت $\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} \in C^2$ (که C نمایش دهنده‌ی مجموعه اعداد مختلط است) نشان داد. در نمایش دیراک $\langle\psi|\psi\rangle$ نمایشگر ضرب داخلی^۴ دو بردار $|\psi\rangle$ و $|\phi\rangle$ نشان‌دهنده ضرب خارجی^۵ دو بردار $|\psi\rangle$ و $|\phi\rangle$ است.

یک کیوبیت^۶، یک بردار یکه در فضای دو بعدی هیلبرت است که برای این فضا بردارهای پایه مشخص که با نماد $|0\rangle$ و $|1\rangle$ نمایش داده می‌شوند، انتخاب شده‌اند. بردارهای پایه $|0\rangle$ و $|1\rangle$ به ترتیب هم‌تای کوانتومی بیت‌های کلاسیک صفر و یک می‌باشند. بر خلاف بیت‌های کلاسیک، کیوبیت‌ها می‌توانند در هر برهم‌نهی^۷ از $|0\rangle$ و $|1\rangle$ همانند $\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ قرار بگیرند که α و β اعداد مختلطی هستند به‌گونه‌ای که $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$. اگر چنین ترکیبی نسبت به پایه‌های $|0\rangle$ و $|1\rangle$ (پایه‌های محاسباتی) اندازه‌گیری شوند، آنگاه خروجی کلاسیک صفر با احتمال $|\alpha|^2$ و خروجی کلاسیک یک با احتمال $|\beta|^2$ مشاهده می‌شود. به طور فیزیکی، کیوبیت‌ها می‌توانند در سیستم‌های مکانیک کوانتومی مانند چرخش^۸‌های هسته، دو سطح داخلی یک یون، قطبش‌های فوتون و غیره ذخیره شوند.

۲-۱-۲- گیت‌های کوانتومی

گیت‌های کوانتومی از اجزای مهم ارتباطات کوانتومی و سیستم‌های محاسباتی محسوب می‌شوند. یک گیت کوانتومی به‌عنوان مدار اصلی بر روی کیوبیت‌ها عمل می‌کند.

۳-۱-۲- تبدیل مدار کوانتومی به گراف

هر کیوبیت یک گره را نشان می‌دهد و هر گیت CNOT به لبه بین گره‌های گراف یا کیوبیت‌های گیتی که به آن اعمال می‌شود اشاره دارد. وزن هر لبه برابر با تعداد کل گیت‌های CNOT است که بر روی این دو کیوبیت عمل می‌کنند.

همانطور که اشاره شد بعد از تبدیل مدار کوانتومی به گراف مطابق روش گفته شده باید مدار افزا شود تا بتوان به جواب بهینه ای در مورد هزینه دورنوردی کوانتومی رسید. در قسمت بعد افزا گراف بررسی می‌شود

۴-۱-۲- افزابندی گراف

⁴Inner product
⁵Outer product
⁶Qubit
⁷Superposition
⁸Spin

⁹Teleportation

$$I_a = \sum_{v \in A} c_{av} \text{ و } D_a = E_a - I_a$$

$$E_a = \sum_{v \in B} c_{av} \quad (۴)$$

و برای هر جفت از گره‌ها gain به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$g = D_a + D_b - 2c_{ab} \quad (۵)$$

جفت گره‌هایی که بیشترین مقدار gain را داشته باشند، جابجا و ثابت می‌شوند. و دوباره مقدار gain بین جفت گره‌ها به جز گره‌هایی که جابجا شدند محاسبه می‌شوند تا زمانی که دیگر gain هیچ جفتی از یال‌ها حداکثر نباشد. برای جفت یال‌هایی که در مراحل بالا جابجا شدند، سود کل^{۱۷} را حساب می‌کند.

باشند به عنوان جفت یالی که باید جابجا شوند انتخاب می‌شوند. این مراحل تا زمانی که G_n برابر با صفر یا منفی شود ادامه پیدا می‌کند

۲-۳ الگوریتم افرازبند FM

الگوریتم FM یک رویکرد کلاسیک برای حل مساله افراز دوگانه ابرگراف است. این الگوریتم یک روش اکتشافی تکراری با مرتبه زمانی خطی است که توسط چارلز فیدوچیا و رابرت ماتیز ارائه شده است [۱۸]. این الگوریتم نسبت به روش KL تفاوت‌های زیر را دارد:

- با هدف کاهش هزینه های برش شبکه؛ مفهوم برش به ابرگرافها بسط داده شده است.
- تنها یک راس منفرد در یک حرکت بر روی برش حرکت می‌کند.
- رئوس وزن دارند.
- می تواند افزارهای "نامتعادل" را اداره کند. یک ضریب تعادل معرفی شده است.
- یک ساختار داده خاص برای انتخاب رئوس برای جابجایی در سراسر برش برای بهبود زمان اجرا استفاده می‌شود.
- پیچیدگی زمانی $O(P)$ است، که در آن P تعداد کل پایانه‌ها است.

۲-۳ الگوریتم‌های ژنتیک برای افرازبندی گراف

الگوریتم‌های ژنتیک یک سری تکنیک‌های فضای حالت تصادفی می‌باشند که در مکانیزم‌های تکاملی طبیعی مدل سازی شده‌اند [۱۹]. جمعیت یا همان مجموعه افراد (راه حل‌های بالقوه با مشکل بهینه سازی) به طور هموار همراه با زمان با استفاده از عملگرهایی نظیر تقاطع و جهش تغییر می‌کند. فرآیند انتخاب مشخص می‌کند که

¹⁶Cost difference

¹⁷Total gain

$|11\rangle$ با احتمال برابر $\frac{1}{4}$ است. بسته به نتیجه اندازه‌گیری آلیس،

کیوبیت باب به ترتیب به $|1\rangle - b|0\rangle$ یا $a|0\rangle + b|1\rangle$ سقوط می‌کند. آلیس سپس

نتایج اندازه‌گیری خود را با استفاده از دو بیت کلاسیک به باب می‌

فرستد. کیوبیت اولیه آلیس، $|\psi\rangle$ با اندازه‌گیری‌اش کاملاً نابود و

باعث می‌شود مخابره از راه دور کوانتومی با قضیه عدم کپی سازگار

باشد. سرانجام، باب پس از دریافت دو بیت کلاسیک می‌تواند با

استفاده از X, Y, Z وضعیت کیوبیت $|\psi\rangle$ را در دست خود

داشته باشد، در صورتی که بیت‌های کلاسیک به ترتیب $00, 01, 10$ و

۱۱ برای بازسازی وضعیت اولیه آلیس باشند.

۲-۲ الگوریتم افراز بندی Kernighan-Lin

الگوریتم Kernighan-Lin یک الگوریتم اکتشافی^{۱۰} برای افراز

بندی گراف به دو افراز است. این الگوریتم توسط کرنیگان و لین

[۱۷]، منتشر شده است. این الگوریتم کاربردهای مهمی در طراحی

مدارها و اجزای دیجیتال در VLSI دارد. Kernighan-Lin یک

الگوریتم حریصانه^{۱۱} و همین‌طور قطعی^{۱۲} است زیرا با هر بار استفاده

از الگوریتم، نتیجه یکسانی حاصل خواهد شد. تعداد یال‌هایی که بین

دو افراز برقرار است. یکسان است، هر چند ممکن است یال‌های

متفاوتی بین دو افراز وجود داشته باشد.

ورودی الگوریتم یک گراف بدون جهت $G = (V, E)$ با مجموعه

گره V و مجموعه یال E است، که یال‌ها می‌توانند دارای وزن W

باشند. هدف الگوریتم این است که مجموعه گره‌ها را به دو

زیرمجموعه جداگانه A و B با اندازه برابر (یا تقریباً مساوی) تقسیم

کند. در ادامه مراحل اجرای الگوریتم توضیح داده شده است:

در ابتدا گراف با تعداد $2n$ گره به دو افراز A و B تقسیم می‌

$$|A| = |B| = n \quad (۲)$$

شود به طوری که:

$$A \cap B = \emptyset$$

تعداد یال‌هایی که بین دو افراز برقرار است با عنوان هزینه برش^{۱۳}

محاسبه می‌شود و هدف کاهش تعداد این عدد است.

$$W = \sum_{a \in A, b \in B} c_{ab} \quad (۳)$$

به ازای همه‌ی گره‌های گراف، هزینه داخلی^{۱۴} (I_a) ، هزینه خارجی^{۱۵}

(E_a) و هزینه تفاوت^{۱۶} (D_a) را به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

¹⁰Heuristic

¹¹Greedy

¹²Deterministic

¹³Cut size

¹⁴Internal edge cost

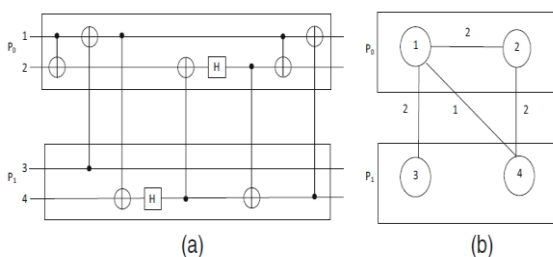
¹⁵External edge cost

نشان داده می‌شود. p نشان‌دهنده اندیس افرازی (از ۱ تا K) است که گیت $CNOT_i$ متعلق به آن است. j_c نشانگر اندیس کیوبیت کنترل (هدف) در افراز آن است.

• گیت $CNOT$ سراسری گیتی است که کیوبیت‌های کنترل و هدف آن به افرازی‌های متفاوتی تعلق دارند و به صورت (j_c, p_c, j_t, p_t) نشان داده می‌شود. j_c نشانگر اندیس کیوبیت کنترل (هدف) در افراز خانه آن است. افرازی که به آن یک کیوبیت q یک گیت سراسری $CNOT$ تعلق دارد، افراز خانه q نام دارد. p_c (p_t) اندیس افرازی که به آن کنترل (هدف) یک گیت $CNOT_i$ تعلق دارد را مشخص می‌کند.

فرض می‌شود که گیت‌های محلی و گیت‌های تک‌کیوبیتی در همان افرازی‌های محلی خود اجرا می‌شوند. تعداد کل گیت‌ها و گیت‌های سراسری به ترتیب با mt و mg نشان داده می‌شوند. همچنین یک زیرمجموعه از G برای نشان دادن گیت‌های سراسری با G_d نشان داده می‌شود.

Conf ig-Arr یک آرایه با اندازه mg است که عناصر آن نشان می‌دهند که هر کدام از گیت‌های سراسری در کدام افراز قرار اجرا شوند. مقدار $0 \cdot (1)$ برای عناصر این آرایه نشان می‌دهد که گیت مذکور قرار است در افراز کنترل (هدف) گیت سراسری اجرا شود. افرازی که هر کدام از گیت‌های g قرار است در آن بر مبنای آرایه **Conf ig-Arr** اجرا شوند با $g.l$ نشان داده می‌شود. از یک مدار کوانتومی QC شروع می‌شود. در ابتدا مدار کوانتومی داده شده را به یک گراف وزن‌دار تبدیل می‌کنیم. در این گراف، هر کیوبیت یک گره را نشان می‌دهد و هر گیت $CNOT$ به لبه بین گره‌های گراف یا کیوبیت‌های گیتی که به آن اعمال می‌شود اشاره دارد. وزن هر لبه برابر با تعداد کل گیت‌های $CNOT$ است که بر روی این دو کیوبیت عمل می‌کنند. به عنوان مثال، برای مدار نشان داده شده در شکل (۱) b ، نمودار مربوط به شکل a نشان داده شده است.



(شکل-۱): تبدیل مدار کوانتومی به گراف و افراز به دو بخش

افراد در نسل بعدی باقی می‌مانند. الگوریتم‌های ژنتیک در گذشته برای یافتن راه حل‌های بهینه برای مساله افراز بندی گراف استفاده شده‌اند.

در حل مساله افرازی‌بندی گراف با استفاده از الگوریتم‌های ژنتیک تعداد اتصالات بین افرازاها باید به حداقل برسد. کاهش اتصال تاخیر را کاهش می‌دهد که این مساله به عنوان مساله $min-cut$ نیز نامیده می‌شود.

۳- روش پیشنهادی

در این بخش، پیش‌فرض و نمادگذاری‌هایی با الهام از مقاله زمردی و همکاران [۱۱] ارائه می‌شود. فرض کنید که یک مدار کوانتومی QC به عنوان ورودی با عرض W ، اندازه S و عمق D با تعریفی که در ادامه می‌آید موجود است. عرض یک مدار کوانتومی به صورت مجموع تعداد کیوبیت‌ها در مدار تعریف می‌شود. اندازه یک مدار کوانتومی تعداد کل گیت‌های آن از مجموعه‌ای از گیت‌های کوانتومی جهانی است. عمق یک مدار کوانتومی، تعداد گام‌های اجرای مدار، D است. در هر زمان یک یا چند گیت می‌توانند به صورت موازی اجرا شود. در هر مرحله، مجموعه‌ای از گیت‌هایی که می‌توانند به صورت موازی انجام شوند، اجرا می‌شوند. بدون از دست دادن کلیت در روش پیشنهادی، فرض می‌شود در مدار کوانتومی QC افراز هر کدام با اندازه $[W/K]$ وجود دارد. کیوبیت‌ها از بالا به پایین از یک تا n در هر افراز شماره‌گذاری می‌شوند که i امین خط مدار از بالا به پایین، i امین کیوبیت یعنی q_i را نشان می‌دهد.

گیت‌ها به ترتیب اجرایشان در QC شماره‌گذاری می‌شوند و g_i به معنای گیت i ام است که بر اساس یک الگوریتم زمان‌بندی اجرا می‌شود. برای گیت‌هایی که می‌توانند به صورت موازی اجرا شوند، اولویت اجرای آن‌ها اختیاری است. مجموعه‌ای از تمام گیت‌های مدار توسط G نشان داده می‌شود.

در مدار کوانتومی، سه نوع گیت وجود دارد، گیت‌های تک‌کیوبیتی، گیت‌های $CNOT$ محلی و گیت‌های $CNOT$ سراسری؛ که تعاریف و نمایه‌های آن‌ها در ادامه شرح داده شده است:

• گیت‌های تک‌کیوبیتی به صورت (p, j) $game_name_i$ نشان داده می‌شوند. p نشان‌دهنده اندیس افرازی (از ۱ تا K) است که $game_name_i$ متعلق به آن است و j نشان‌دهنده اندیس کیوبیتی است که گیت روی آن اعمال می‌شود.

• گیت $CNOT$ محلی گیتی است که کیوبیت‌های کنترل و هدف آن به یک افراز تعلق دارند و به صورت (p_c, j_c, j_t) $CNOT_i$

```

19:         break
20:     end if
21: end for
22: if sw = 0 then
23:     remove (G[i])
24:     if global (G[i]) then
25:         remove (G[i] from Gd)
26:     end if
27: end if
28: end if
29: end for
30: nt = nt + 1
31: MIN-K-PART-TEL (G,Config-Arr,nt)
    
```

تابع MIN-TELEPORTATION یک QC، یک لیست مرتب از گیت‌ها، G و Config-Arr را به‌عنوان ورودی می‌گیرد و کمترین تعداد مخابره از راه دور موردنیاز را برای آن پیکربندی برمی‌گرداند. در هر گام الگوریتم، گیت‌های عمومی و سراسری که اجرا شده‌اند، از G حذف می‌شوند.

در این تابع، هنگامی که یک کیوبیت از یک گیت سراسری CNOT، temp، به افزایش دیگری مخابره می‌شود، کل مدار جستجو شده و تعداد بیشینه گیت‌هایی که می‌توانند بدون نیاز برگشت این کیوبیت به افزایش مبداء اجرا شوند، اجرا می‌شوند. این بدین معنی است که کیوبیت مهاجر، به‌طور بهینه‌ای توسط کیوبیت‌های دیگر استفاده شده است بدون اینکه بخواهد به افزایش خود برگردد. تابع MIN-TELEPORTATION یک تابع بازگشتی است که حاوی دو تابع دیگر، NON-EXECUTE و NON-COMMUTE است. هنگامی که یک گیت، G[i] وجود دارد که برای آن تابع NON-EXECUTE (temp, G[i]) برمی‌گرداند، احتمالاً گیت‌های دیگری قبل از G[i] وجود دارند که اجرا نشده‌اند. در این صورت، G[i] تنها در صورتی می‌تواند اجرا شود که بتواند با تمام آن گیت‌ها جابجا شود. جابجایی گیت‌ها در تابع NON-COMMUTE چک می‌شود.

در ادامه جزئیات این دو تابع آورده شده است.

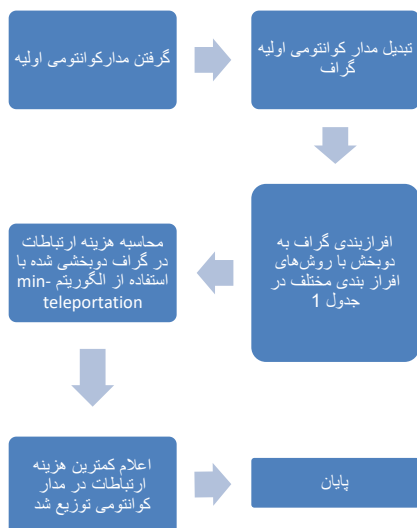
NON-EXECUTE(g,g'): این تابع، دو گیت g و g' را به‌عنوان ورودی گرفته و اگر نیاز باشد که کیوبیت مهاجر از گیت g به افزایش مبداء خود برگردد و سپس گیت g' اجرا شود، TRUE برمی‌گرداند. در غیر این صورت، FALSE برمی‌گرداند.

افزایش‌بندی اولیه گراف به دوبخش با استفاده از سه روش مختلف KL، FM و مبتنی بر الگوریتم‌های ژنتیک انجام می‌شود. توضیحات مربوط به این سه روش، در زیر بخش ۲ آمده است. سپس برای روی گراف افزایش شده، تابع MIN-TELEPORTATION [۱۱] اجرا می‌شود. در تابع MIN-TELEPORTATION، هنگامی که یک کیوبیت یک گیت سراسری به افزایش دیگر مخابره از راه دور می‌شود، تمام مدار چک می‌شود و تا حد ممکن تعداد گیت‌هایی که می‌توانند بدون برگرداندن این کیوبیت اجرا شوند اجرا می‌شوند. این به این معناست که کیوبیت مهاجر داده شده به‌طور بهینه توسط گیت‌های دیگر استفاده شده است قبل از اینکه به افزایش خودش برگردد. تابع MIN-TELEPORTATION یک تابع بازگشتی است که حاوی دو تابع دیگر، NON-EXECUTE و NON-COMMUTE است. تابع NON-EXECUTE دو گیت g و g' را به‌عنوان ورودی می‌گیرد. اگر کیوبیت مهاجر داده شده g باید در ابتدا به افزایش خود برگردد و سپس g' اجرا شود، TRUE و در غیر این صورت FALSE برمی‌گرداند. تابع NON-EXECUTE دو گیت g و g' را به‌عنوان ورودی می‌گیرد و اگر g و g' جابجا نشوند، TRUE و در غیر این صورت FALSE برمی‌گرداند. در نهایت، در بین سه روش افزایش‌بندی اولیه، کمترین هزینه تعداد مخابره‌ها از راه دور به دست آمده از تابع MIN-TELEPORTATION گزارش می‌شود.

الگوریتم ۱ تابع برای یافتن تعداد کمینه مخابره از راه دور برای یک پیکربندی داده شده [۱۱].

```

1: MIN-K-PART-TEL (G,Config-Arr,nt)
2: sw = 0
3: if Empty(G)
4:     return nt
5: end if
6: if local (G[0]) then
7:     remove (G[0])
8:     MIN-K-PART-TEL (G,Config-Arr,nt)
9: end if
10: temp = G[0]
11: nt = nt + 1
12: remove (G[0])
13: remove (Gd[0])
14: for i ← 0 to G.length do
15:     if NON-EXECUTE(temp,G[i]) = FALSE
then
16:         for k ← i to 0 do
17:             if NON-COMMUTE(G[i], G[k]) =
TRUE then
18:                 sw = 1
    
```



(شکل-۲): روند پیشنهادی مقاله

۴- نتایج و تحلیل

روش پیشنهادی با استفاده از زبان پایتون بر روی یک کامپیوتر با رم ۴ گیگ و CPU ۲ گیگاهرتز نوشته شد. برای اجرای الگوریتم پیشنهادی، از برخی توابع از کتابخانه Revlib [۱۱] که یک منبع برخط در حوزه مدارات کوانتومی و برگشت پذیر است استفاده شد. جدول ۲ مقایسه نتایج تعداد هزینه مخابرات از راه دور را بین روش پیشنهادی و روش مقاله [۱۱] را نشان می دهد. اگر روش افراز بندی اولیه که به بهترین جواب نهایی می رسد، KL باشد، بهبودی نسبت به مقاله [۱۱] حاصل نمی شود چون آن مقاله نیز از روش افراز بندی اولیه KL استفاده کرده است و بهبود ۰ درصد حاصل می شود. همانگونه که این جدول نشان می دهد، میانگین بهبود ۱۲.۵۱ برای مدارات محک نسبت به مقاله [۱۱] حاصل شده است.

- (۱) اگر g یک گیت محلی است که یکی از کیوبیت های آن، مانند گیت مهاجر کیوبیت g است.
- (۲) اگر g' یک گیت سراسری است که برچسب آن با g متفاوت است، یعنی $g'.l = g.l$
- (۳) اگر g' یک گیت سراسری است و $g'.l = g.l$ ولی یک مخبره از راه دور دیگر برای اجرای g' نیاز است.

$NON-COMMUTE(g, g')$: این تابع دوگیت g و g' را گرفته و اگر دو گیت g و g' باهم جابجا نشوند، TRUE و در غیر این صورت FALSE برمی گرداند.

دو گیت CNOT باهم جابجا نمی شوند، اگر اندیس کیوبیت کنترل یک گیت CNOT با اندیس هدف گیت CNOT دیگر یکسان باشد.

اگر یک گیت تک کیوبیتی U به کیوبیت کنترل یک گیت CNOT اعمال شود، با انجام محاسبات، آن ها در صورتی جابجا می شوند که U ساختاری شبیه زیر داشته باشد:

$$U = \begin{bmatrix} u_0 & 0 \\ 0 & u_1 \end{bmatrix}$$

اگر یک گیت تک کیوبیتی U به کیوبیت هدف یک گیت CNOT اعمال شود، با انجام محاسبات، آن ها در صورتی جابجا می شوند که U ساختاری شبیه زیر داشته باشد:

$$U = \begin{bmatrix} u_0 & u_1 \\ -u_1 & -u_0 \end{bmatrix}$$

در پایان هر اجرای الگوریتم، n_t یکی اضافه می شود به این علت که مخبره از راه دور کوانتومی دیگر برای بازگشت کیوبیت مورد نیاز است. این الگوریتم به صورت بازگشتی با گیت های موجود جدید فراخوانی می شود تا زمانی که گیت دیگر در G باقی نماند و کمینه تعداد مخبره از راه دورهای کوانتومی (n_t) به دست آید

در این بخش، ایده روش پیشنهادی برای بهینه سازی هزینه ارتباطات آگاه از افراز بندی اولیه در محاسبات کوانتومی توزیع شده به صورت شکل مطرح می شود.

شکل ۲ روند روش پیشنهادی را نشان می دهد.

اولیه را انتخاب کنیم. همچنین پیشنهاد می‌شود روش‌های افزایش‌بندی دیگر و جدیدتری نیز مورد بررسی قرار بگیرند. از همه مهمتر اینکه فاز افزایش‌بندی اولیه و بهینه‌سازی هزینه ارتباطات در مدار کوانتومی توزیع شده باهم دیده شود نه به صورت بخش جداگانه که در این صورت می‌توان به جواب بهتری رسید.

۶- مراجع

- [1] J.L.O'Brien, A.Furusawa, and J. Vučković, *Photonic quantum technologies, Nature Photonics*, vol. 3, pp. 687, 2009.
- [2] M.H.Devoret, R.J.Schoelkopf, "Superconducting circuits for quantum information", an outlook, *Science*, vol. 339, pp. 1169, 2013.
- [3] R.Horodecki, P.Horodecki, and M. Horodecki et al. "Quantum entanglement", *Rev. Mod. Phys.*, vol. 81, pp. 865, 2009.
- [4] R.P.Feynman, "Simulating physics with computers", *Th. Phys*, vol 21, pp 467, 1982.
- [5] Joachim Stolze and Dieter Suter. *Quantum computing: a short course from theory to experiment*. John Wiley & Sons, 2008.
- [6] R. Van Meter, T. D. Ladd and A. G. Fowler. *Distributed quantum computation architecture using semiconductor nanophotonics. International Journal of Quantum Information*, vol. 8, pp. 2, 2010.
- [7] L. K. Grover, "Quantum telecomputation," *arXiv preprint quantph/9704012*, 1997.
- [8] R.Cleve and H. Buhrman, "Substituting quantum entanglement for communication," *Physical Review A*, vol. 56, pp. 1201, 1997.
- [9] J.Cirac, A. Ekert, S. Huelga, and C. Macchiavello, "Distributed quantum computation over noisy channels," *Physical Review A*, vol. 59, pp. 4249, 1999
- [10] P.Andrés-Martínez and C. Heunen, "Automated distribution of quantum circuits via hypergraph partitioning," *Physical Review A*, vol. 100, p. 32308, 2019
- [11] M.Zomorodi, M. Houshmand, M. Houshmand, "Optimizing Teleportation Cost Distributed Quantum Circuits", *International Journal of Theoretical Physics*, vol. 57, pp. 848-861, 2017.

(جدول-۲): مقایسه هزینه مخبره از راه دور بین روش پیشنهادی و روش [۱۱]

مدار	تعداد کوپیت‌ها	هزینه روش پیشنهادی	روش انتخابی برای افزایش‌بندی اولیه	هزینه روش مقاله [۱۹]	بهبود نسبت به مقاله (٪)
شکل (۱) مقاله [۱۱]	۴	۴	KL	۴	۰
4gt5-76	۵	۱۲	FM	۱۴	۱۴/۲۸
4modulo7	۵	۸	GA	۱۰	۲۰
alu primitive opt	۶	۸	FM	۱۰	۲۰
alu primitive	۶	۱۲	FM	۱۸	۳۳/۳۳
parity 47.real	۱۷	۲	KL	۲	۰
4-qubit QFT	۴	۸	KL	۸	۰
۱۲/۵۱					میانگین بهبود نسبت به [11]

جدول ۳ و شکل ۲ زمان اجرای روش پیشنهادی را با مقاله [۱۱] روی مدارات محک مقایسه می‌کند. مشخص است زمان اجرای روش پیشنهادی اندکی از روش مقاله [۱۱] بالاتر است چون سه روش افزایش‌بندی اولیه را چک می‌کند.

(جدول-۳): مقایسه زمان اجرای روش پیشنهادی و روش [۱۱]

مدار	زمان اجرای روش پیشنهادی (ثانیه)	زمان اجرای روش [۱۱] (ثانیه)
شکل (۱) [11]	۰/۷۲	۰/۶۵
4gt5-76	۲۷۷/۸۵	۲۷۵/۸۸
4modulo7	۲۹۴/۱۵	۲۹۲/۲۶
aluprimitive opt	۱۱۸۵/۶۷	۱۱۸۲/۵۱
alu primitive	۱۵۴۰۲۶/۷۶	۱۵۴۰۲۰/۵۳
sym9 147.real	۱۰۹۳۳/۶۴	۱۰۹۳۰/۵۷
parity 47.real	۱۰۳۰/۸۹	۱۰۲۸/۶۳
4-qubit QFT	۸۷۹/۲۵	۸۷۵/۶۲

۵- نتیجه‌گیری و پژوهش‌های آتی

در این مقاله روشی جدید برای بهینه‌سازی هزینه ارتباطات دریک سیستم توزیع شده کوانتومی اجرا شده و در نهایت خروجی با کمینه تعداد هزینه ارتباطات گزارش می‌شود.

به عنوان کارهای آینده پیشنهاد می‌شود ساختاری برای مدارات کوانتومی استخراج شود که به صورت ساخت یافته روش افزایش‌بندی



محبوبه هوشمند کارشناسی و کارشناسی ارشد خود را در رشته مهندسی کامپیوتر، گرایش نرم افزار به ترتیب در سال های ۱۳۸۶ و ۱۳۸۹ از دانشگاه فردوسی مشهد و دکترای خود را در رشته مهندسی کامپیوتر، گرایش معماری کامپیوتر از دانشگاه صنعتی امیرکبیر در سال ۱۳۹۳ دریافت کرده است. ایشان از آخر تابستان ۱۳۹۵ تا آخر تابستان ۱۳۹۶ محقق پسا دکترا در زمینه رمزنگاری کوانتومی به طور مشترک در دانشگاه ملی سنگاپور و دانشگاه تکتولوژی و طراحی سنگاپور بوده است. دکتر هوشمند در حال حاضر استادیار گروه مهندسی کامپیوتر دانشگاه آزاد اسلامی مشهد است. علایق پژوهشی ایشان شامل نظریه اطلاعات و محاسبات کوانتومی، سیستم های چندعاملی و داده کاوی است.



سیدعابد حسینی دکترای تخصصی مهندسی برق گرایش کنترل را در دانشگاه فردوسی مشهد در سال ۱۳۹۵ اخذ کرد. ایشان استادیار گروه مهندسی برق دانشگاه آزاد اسلامی واحد مشهد می باشد. تاکنون افزون بر ۷۰ مقاله علمی (۳۳

مقاله ISI و علمی و پژوهشی و ۳۷ مقاله کنفرانس)، چند فصل کتاب بین المللی و ده ها گزارش فنی به چاپ رسانیده است و بیش از ده طرح درون و برون دانشگاهی انجام داده است. ایشان هم اکنون در زمینه ی پردازش و تحلیل سیگنال های حیاتی، پردازش و تحلیل تصاویر پزشکی، الکتروفیزیولوژی، مدل سازی شناختی و محاسباتی و سیستم های کنترل هوشمند و هوش مصنوعی فعالیت دارد.

روش ارجاع به مقاله : م. صمدپور، م. هوشمند، س. ع. حسینی. بهینه سازی هزینه ارتباطات آگاه از افزایش اولیه در محاسبات کوانتومی توزیع شده ، دوفصلنامه محاسبات و سامانه های توزیع شده. سال پنجم، شماره اول، شماره پیاپی ۹، صفحه ۳۱ تا ۳۹، سال ۱۴۰۱.

How to cite: Marzieh Samadpour, Mahboobeh Houshmand, Seyyed Abed Hosseini. Initial partitioning-aware optimization of communication cost in the distributed quantum computing, Journal of Distributed Computing and Systems(JDCS), Vol 5, Issue 1, Page 31-39, 2022.

[12]M.Houshmand, Z. Mohammadi, M. Zomorodi-Moghadam, and M. Houshmand, "An Evolutionary Approach to Optimizing Teleportation Cost in Distributed Quantum Computation," *International Journal of Theoretical Physics*, pp. 1-15, 2020.

[13]P.Andrés-Martínez and C. Heunen, "Automated distribution of quantum circuits via hypergraph partitioning," *Physical Review A*, vol. 100, p. 032308, 2019.

[14]E. Nikahd, N. Mohammadzadeh, M. Sedighi, and M. S. Zamani, "Automated window-based partitioning of quantum circuits," *Physica Scripta*, vol. 96, p. 035102, 2021.

[15]Z. Davarzani, M. Zomorodi-Moghadam, M. Houshmand, and M. Nouri-baygi "A dynamic programming approach for distributing quantum circuits by bipartite graphs," *Quantum Information Processing*, vol. 19, pp. 1-18, 2020.

[16]K. Navi, O.Daei, M.Zomorodi-Moghadam, "Optimized Quantum Circuit Partitioning," *International Journal of Theoretical Physics*, 2020.

[17]B.W.Kernighan and S. Lin, "An efficient heuristic procedure for partitioning graphs ",*The Bell System Technical Journal*, vol. 49, pp. 291-307, 1970

[18]C.M. Fiduccia, and R. M. Mattheyses. "A linear-time heuristic for improving network partitions." In *19th design automation conference*, pp. 175-181, 1982.

[19]J. H. Holland, "Adaptation in natural and artificial systems", *University of Michigan*, 1975.



مرضیه صمدپور کارشناسی خود را در رشته مهندسی کامپیوتر، گرایش نرم افزار از دانشگاه پیام نور کاشمر سال ۱۳۹۲ و کارشناسی ارشد خود را در رشته مهندسی کامپیوتر، گرایش نرم افزار از دانشگاه آزاد

اسلامی مشهد در سال ۱۳۹۸ دریافت نمود. علایق پژوهشی ایشان شامل محاسبات توزیع شده کلاسیک و کوانتومی و اینترنت اشیا است.